

---

SÉRIE D'EXERCICES 8

---

- Problème-type :
  - 1)
- Problème à résoudre :
  - 2)
  - 3)
- Problème supplémentaire :

**Problème 1**

Formuler le problème dual de chacun des programmes linéaires suivants :

a)  $\max z = 2x_2$   
s.c.  $8x_1 + 3x_2 = 1$   
 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

b)  $\min z = x_1$   
s.c.  $-3x_1 \leq 3$   
 $x_1 \leq 6$   
 $x_1 \geq 0$

Mettre le problème a) sous forme standard. Pour le problème b), résoudre graphiquement le dual ainsi que le primal.

**Problème 2**

*Référence:* Bierlaire, M. (2006) *Introduction à l'optimisation différentiable*. Presses Polytechniques et Universitaires romandes. Exercice 4.3 (4.4) p.124.

Soit le problème d'optimisation

$$\begin{aligned} \min z &= -3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.c.} \quad &x_1 - x_2 \leq 2 \\ &-x_1 + x_2 \leq -3 \\ &x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- 1) Ecrire le Lagrangien.
- 2) Ecrire la fonction duale.
- 3) Ecrire le problème dual.
- 4) Représenter graphiquement le domaine admissible du problème primal.
- 5) Représenter graphiquement le domaine admissible du problème dual.

### Problème 3

Une entreprise  $E$  doit acheminer la marchandise produite dans ses deux usines  $A$  et  $B$  jusqu'à ses deux succursales de vente  $C$  et  $D$ . Les quantités que l'on peut produire sur les sites  $A$  et  $B$  peuvent atteindre au maximum 100 et 20 unités respectivement, alors que les demandes en  $C$  et  $D$  sont respectivement d'au moins 40 et 80 unités. Le coût unitaire de transport de chaque usine vers chaque succursale de vente est indiqué dans le tableau ci-dessous.

	$C$	$D$
$A$	3	4
$B$	1	3

L'entreprise veut savoir comment acheminer la marchandise produite en minimisant le coût total de transport.

- Formuler ce problème sous la forme d'un programme linéaire.
- Formuler le programme linéaire dual associé.
- Donner une interprétation économique du dual et de ses variables.