EPFL
ENAC INTER TRANSP-OR
Prof. M. Bierlaire

RECHERCHE OPÉRATIONNELLE
GC/SIE
Printemps 2012

Corrige 1

Problème 1

Soient les variables de décision x_{ij} représentant le nombre de kilos de fromage provenant de la laiterie i et transportés chez le client j avec $i = 1, 2, 3$ et $j = 1, 2$.

Le coût total de transport est défini de la manière suivante :

$$24x_{11} + 8x_{12} + 21x_{21} + 16x_{22} + 37x_{31} + 17x_{32}$$

Remarquons tout d'abord que le problème est bien posé dans le sens où la somme des offres est supérieure à la somme des demandes. La commande des deux clients sera honorée en posant les deux contraintes suivantes :

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 25.$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 30$$

De plus, une laiterie ne peut pas livrer plus de kilos de fromage que ce dont elle dispose en stock, ce qui nous donne trois nouvelles contraintes :

$$x_{11} + x_{12} \leq 10$$

$$x_{21} + x_{22} \leq 20$$

$$x_{31} + x_{32} \leq 40.$$

Enfin, il faut imposer des contraintes de non-négativité sur chacune des variables de décision :

$$x_{11},\ x_{21},\ x_{31},\ x_{12},\ x_{22},\ x_{32} \geq 0.$$

Le problème d'optimisation que doit résoudre le fromager s'énonce sous la forme du problème de minimisation suivant :

$$\begin{array}{llcccccccccccccc}
\min & z = & 24x_{11} & + & 8x_{12} & + & 21x_{21} & + & 16x_{22} & + & 37x_{31} & + & 17x_{32} & & \\
\text{s.c.} & & x_{11} & & & + & x_{21} & & & + & x_{31} & & & = & 25 \\
& & & & x_{12} & + & & + & x_{22} & & & + & x_{32} & = & 30 \\
& & x_{11} & + & x_{12} & & & & & & & & & \leq & 10 \\
& & & & & & x_{21} & + & x_{22} & & & & & \leq & 20 \\
& & & & & & & & & & x_{31} & + & x_{32} & \leq & 40 \\
& & x_{11} & , & x_{12} & , & x_{21} & , & x_{22} & , & x_{31} & , & x_{32} & \geq & 0
\end{array}$$

Problème 2

Soient

$$\begin{array}{lcl}
x_1 & = & \text{nombre de kilos de raisins destinés à produire de l'oeil-de-perdrix} \\
x_2 & = & \text{nombre de kilos de raisins destinés à produire du pinot noir.}
\end{array}$$

On obtient le problème suivant :

$$\begin{array}{lrcl} \max & z & = & \left(15 - \frac{2}{100}x_1\right)x_1 + \left(23 - \frac{1}{100}x_2\right)x_2 - 3(x_1+x_2) - 2x_1 - 3.5x_2 \\ & & s.c. & \\ & & & \begin{array}{lcl} x_1 + x_2 & \leq & 1000 \\ x_1 & \geq & 0 \\ x_2 & \geq & 0 \end{array} \end{array}$$

Mis sous forme d'un problème de minimisation :

$$\begin{array}{lrcl} \min & z & = & \left(\frac{1}{50}x_1 - 10\right)x_1 + \left(\frac{1}{100} - 16.5\right)x_2 \\ & & s.c. & \\ & & & \begin{array}{lcl} x_1 + x_2 & \leq & 1000 \\ x_1 & \geq & 0 \\ x_2 & \geq & 0. \end{array} \end{array}$$

Version 2

Soient

$$\begin{array}{lcl} x_1 & = & \text{nombre de bouteilles d'oeil-de-perdrix produites} \\ x_2 & = & \text{nombre de bouteilles de pinot noir produites} \\ x_3 & = & \text{nombre de kilos de raisins achetés au vigneron} \end{array}$$

On obtient le problème suivant :

$$\begin{array}{lrcl} \max & z & = & x_1(15 - \frac{2 \cdot x_1}{100}) + x_2(23 - \frac{x_2}{100}) - 2 \cdot x_1 - 3,5 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 \\ & & s.c. & \\ & & & \begin{array}{lcl} x_1 + x_2 & \leq & x_3 \\ x_3 & \leq & 1000 \\ x_1 & \geq & 0 \\ x_2 & \geq & 0 \\ x_3 & \geq & 0 \end{array} \end{array}$$

Mis sous forme d'un problème de minimisation :

$$\begin{array}{lrcl} \min & z & = & x_1\left(\frac{2 \cdot x_1}{100} - 13\right) + x_2\left(\frac{x_2}{100} - 19,5\right) + 3 \cdot x_3 \\ & & s.c. & \\ & & & \begin{array}{lcl} x_1 + x_2 - x_3 & \leq & 0 \\ x_3 - 1000 & \leq & 0 \\ x_1 & \geq & 0 \\ x_2 & \geq & 0 \\ x_3 & \geq & 0 \end{array} \end{array}$$

Problème 3

Soit $x_i \in \{0, 1\}$, $i = 1, \ldots, 7$, tel que $x_i = \begin{cases} 1 & \text{si l'investissement } i \text{ est choisi,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

a) $\sum_{i=1}^{7} x_i \leq 6.$

b) $\sum_{i=1}^{7} x_i \geq 1.$

c) $x_1 + x_3 \leq 1.$

d) $x_4 \leq x_2$.

e) $x_1 = x_5$.

f) $x_1 + x_2 + x_3 + \frac{1}{2}(x_4 + x_5 + x_6) \geq 1$.

February 15, 2012 – mbi/fsh