
Serie 6

Problème 1

Formuler le problème dual de chacun des programmes linéaires suivants :

a) $\max z = 2x_2$
s.c. $8x_1 + 3x_2 = 1$
 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

b) $\min z = x_1$
s.c. $-3x_1 \leq 3$
 $x_1 \leq 6$
 $x_1 \geq 0$

Mettre le problème a) sous forme standard. Pour le problème b), résoudre graphiquement le dual ainsi que le primal.

Problème 2

Soit le problème d'optimisation

$$\begin{aligned} \min z &= -3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.c.} \quad &x_1 - x_2 \leq 2 \\ &-x_1 + x_2 \leq -3 \\ &x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

- 1) Ecrire le Lagrangien.
- 2) Ecrire la fonction duale.
- 3) Ecrire le problème dual.

Problème 3

Une entreprise E doit acheminer la marchandise produite dans ses deux usines A et B jusqu'à ses deux succursales de vente C et D . Les quantités que l'on peut produire sur les sites A et B peuvent atteindre au maximum 100 et 20 unités respectivement, alors que les demandes en C et D sont respectivement d'au moins 40 et 80 unités. Le coût unitaire de transport de chaque usine vers chaque succursale de vente est indiqué dans le tableau ci-dessous.

	C	D
A	3	4
B	1	3

L'entreprise veut savoir comment acheminer la marchandise produite en minimisant le coût total de transport.

- a) Formuler ce problème sous la forme d'un programme linéaire.
- b) Formuler le programme linéaire dual associé.
- c) Donner une interprétation économique du dual et de ses variables.

Problème 4

Un fabricant de composants électroniques possède deux types de fabriques : A et B , notées A_i ($1 \leq i \leq m$) et B_j ($1 \leq j \leq n$). Lors de la fabrication, chacun de ces composants doit tout

d'abord passer par une des usines de type A puis par une de type B . Comme ces usines ne se trouvent pas dans le même lieu géographique, le fabricant doit étudier le meilleur moyen pour transporter ces composants à moindre coût.

a) Connaissant la matrice des coûts $C = (c_{ij})$ où c_{ij} correspond au coût de transport d'une pièce de l'usine A_i vers l'usine B_j , ainsi que que le nombre de pièces a_i produites par A_i et le nombre de pièces b_j que B_j doit recevoir, modéliser à l'aide d'un graphe le problème du transport des composants.

Donnée : $m = 2$ et $n = 3$

$$a_i \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 10 & 12 \\ \hline \end{array} \quad b_j \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline 6 & 9 & 7 \\ \hline \end{array} \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

b) Formuler ce problème sous forme de programme linéaire.

Problème 5

Une chaîne de télévision veut dépêcher un envoyé spécial pour couvrir l'actualité dans chacune des trois zones de conflit suivantes : Tchétchénie, Liberia et Burundi. Elle dispose de quatre journalistes prêts à se rendre dans certains de ces pays pour autant qu'ils reçoivent une prime de risque.

Journaliste	Pays (Prime)
1	Tchétchénie (8) et Liberia (10)
2	Tchétchénie (10) et Burundi (13)
3	Liberia (12) et Burundi (12)
4	Tchétchénie (9) et Burundi (12)

Modéliser le problème de l'affectation à coût minimum d'un journaliste à chacun des trois pays sous la forme d'un problème de transbordement.

Problème 6

Le vecteur de flots dans le réseau suivant correspond-il à une circulation ?

