

Professeur : Michel Bierlaire, Assistants responsables : Virginie Lurkin et Nikola Obrenovic

Plus court chemin - corrigé (10 novembre 2017)

**Question 1:**

Les itérations de l'algorithme sont données dans le Tableau 1 et l'arbre des plus courts chemins est représenté sur la Figure 1.

Iteration	$S$	$i$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$	$\lambda_7$	$\lambda_8$	$\lambda_9$
0	{1}	1	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1	{2, 3}	2	0	8	14	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2	{3, 4, 5}	3	0	8	12	17	15	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3	{4, 5}	4	0	8	12	17	15	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4	{5, 6}	5	0	8	12	17	15	34	$\infty$	$\infty$	$\infty$
5	{6, 9}	6	0	8	12	17	15	18	$\infty$	$\infty$	23
6	{7, 8, 9}	7	0	8	12	17	15	18	23	27	23
7	{8, 9}	8	0	8	12	17	15	18	23	26	23
8	{9}	9	0	8	12	17	15	18	23	26	23
9	{8}	8	0	8	12	17	15	18	23	26	23
10	{}	-	0	8	12	17	15	18	23	26	23

TABLE 1 – Exercice 1 - Itérations de l'algorithme

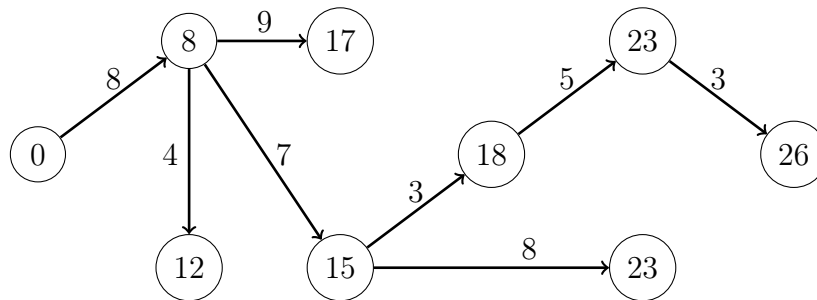


FIGURE 1 – Exercice 1 - Arbre des plus courts chemins

Professeur : Michel Bierlaire, Assistants responsables : Virginie Lurkin et Nikola Obrenovic

Plus court chemin - corrigé (10 novembre 2017)

### Question 2:

Les itérations de l'algorithme sont données dans le Tableau 2 et l'arbre des plus courts chemins est représenté sur la Figure 2.

Iteration	$S$	$i$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$
0	{1}	1	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1	{2, 3}	2	0	1	5	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2	{3, 4, 5}	3	0	1	3	-8	16	$\infty$
3	{4, 5}	4	0	1	3	-8	3	$\infty$
4	{5, 6}	5	0	1	3	-8	-5	-6
5	{6}	6	0	1	3	-8	-5	-8
7	{}	-	0	1	3	-8	-5	-8

TABLE 2 – Exercice 2 - Itérations de l'algorithme

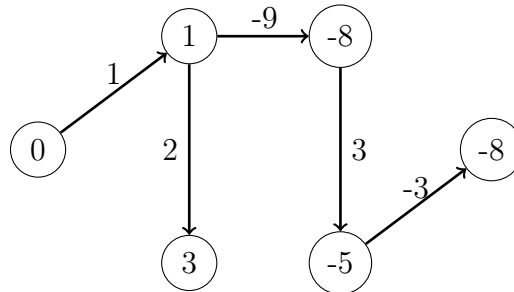


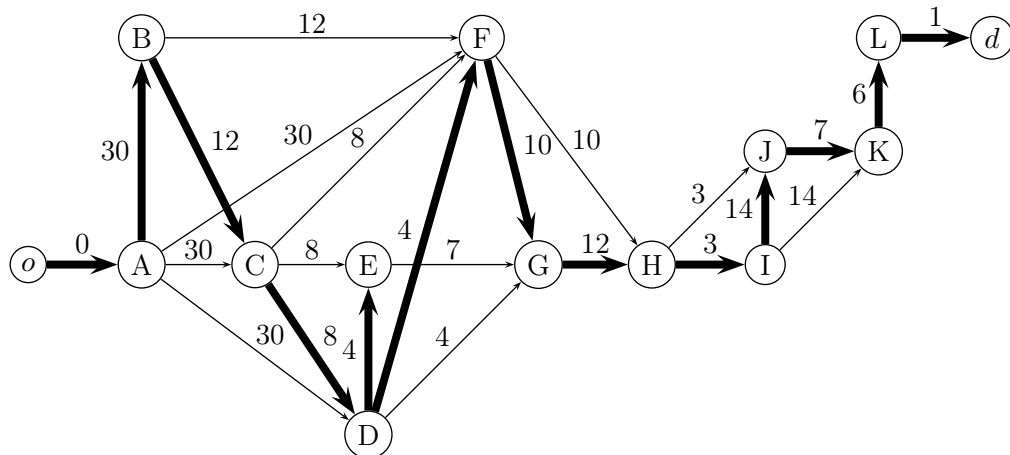
FIGURE 2 – Exercice 2 - Arbre des plus courts chemins

### Question 3:

La bonne réponse est la réponse (3).

**Question 4:**

- Après avoir ajouté les tâches fictives  $o$  et  $d$  représentant respectivement le début et la fin de la préparation de spectacle, on obtient le graphe suivant (voir Section 23.4 du livre) :



- Le plus long chemin de  $o$  à  $d$  est représenté en gras dans le réseau ci-dessus. Chaque noeud le long de ce chemin correspond à une tâche critique. Les étiquettes optimales de l'algorithme du plus long chemin, représentent le début au plus tôt de chacune des tâches (colonne  $\delta_i$  dans le tableau ci-dessous).
- Afin d'obtenir le début au plus tard de chacune des tâches, on doit inverser les directions et les signes des coûts, pour tous les arcs. On applique ensuite l'algorithme du plus court chemin en partant du noeud  $d$ . Maintenant, l'étiquette du noeud  $i$  représente l'inverse du temps minimum requis entre le début de la tâche  $i$  et la fin de toutes les tâches. Il suffit ensuite de soustraire ce temps minimum du temps minimum total pour compléter toutes les tâches (107 minutes dans ce cas-ci). Par exemple, la nouvelle étiquette du noeud  $K$  est  $-7$ . Le début au plus tard de la tâche  $K$  est donc  $107 - 7 = 100$ .

Professeur : Michel Bierlaire, Assistants responsables : Virginie Lurkin et Nikola Obrenovic

Plus court chemin - corrigé (10 novembre 2017)

Rang	Tâche	Durée	Préd.	Succ.	Début au plus tôt $\delta_i$	Début au plus tard $\varphi_i$
1	$\alpha$	0	-	A	0	0
2	A	30	$\alpha$	B, C, D, F	0	0
3	B	12	A	C, F	30	30
4	C	8	A, B	D, E, F	42	42
5	D	4	A, C	E, F, G	50	50
6	E	7	C, D	G	54	57
7	F	10	A, B, C, D	G, H	54	54
8	G	12	D, E, F	H	64	64
9	H	3	F, G	I, J	76	76
10	I	14	H	J, K	79	79
11	J	7	H, I	K	93	93
12	K	6	I, J	L	100	100
13	L	1	K	$\omega$	106	106
14	$\omega$	0	K	-	107	107

La durée minimale des travaux est de 107 jours. Les tâches critiques sont A, B, C, D, F, G, H, I, J, K et L (elles constituent l'unique chemin critique).