Introduction à l'optimisation et la recherche opérationnelle (2017–2018)

Professeur : Michel Bierlaire, Assistant responsable : Virginie Lurkin, Nikola Obrenovic

Optimisation non linéaire (8 décembre 2017)

Question 1:

Considérons le problème d'optimisation

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x) = 2x_1^3 - 24x_1 + 3x_2^4 - 12x_2$$

Où f est une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$. On considère aussi les points

$$x_a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad x_b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad x_c = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

1. Vérifier si ces points sont des points stationnaires et, dans l'affirmative, identifier leur nature (maximum local, minimum local, point de selle). Justifier vos réponses.
2. Exécuter deux itérations de la méthode de Newton locale avec comme point de départ $x_0 = (2, 2)^T$.

Question 2:

Considérer la fonction

$$f(x) = 7(x_1^2 - x_2)^2 + (x_1 - x_2)^3$$

et les points

$$a = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer $f(a)$, $f(b)$, $\nabla f(a)$ and $\nabla f(b)$.
2. Est-ce que la direction $d = a - b$ est une direction de descente au point b ? Justifier.

Question 3:

Considérer la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par

$$f(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 2x_2^2.$$

1. Appliquer une itération de l'algorithme de la plus forte pente à partir du point $x_0 = (7, 2)^T$. Choisir un pas qui vérifie la première condition de Wolfe avec $\beta = 1/100$.
2. Appliquer 3 itérations de l'algorithme de Newton à partir du point $x_0 = (7, 2)^T$. Choisir un pas qui vérifie la première condition de Wolfe avec $\beta = 1/100$.