

Professeur : Michel Bierlaire, Assistants responsables : Virginie Lurkin et Nikola Obrenovic

Optimisation en nombres entiers (1 décembre 2017)

**Question 1:**

Considérer le problème d'optimisation en nombres entiers suivant :

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.c.} \quad & 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ & x_1 + 3x_2 \geq 7 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

La région admissible du problème relaxé correspondant est représentée en gris sur la Figure 1.

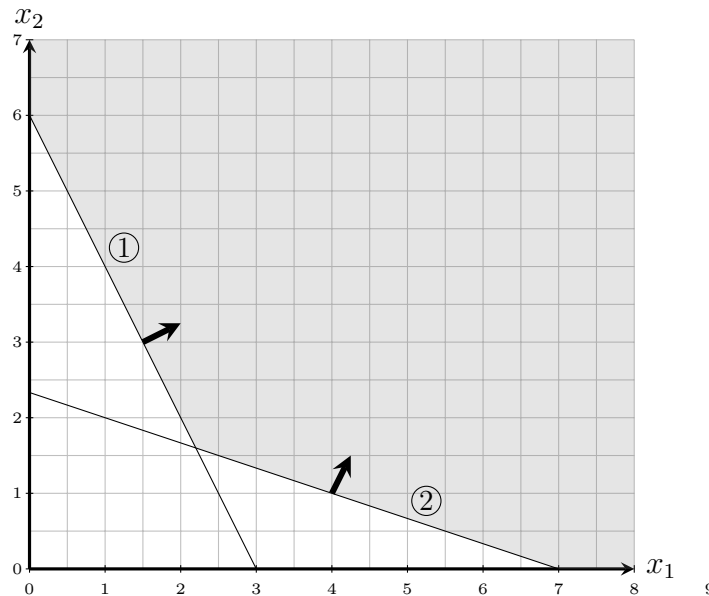


FIGURE 1 – Domaine admissible

Appliquer l'algorithme de branch & bound, en résolvant les relaxations par la méthode graphique. Compléter l'arbre de la Figure 2 en précisant pour chaque noeud (représentant un sous-problème) la borne supérieure (UB) et la borne inférieure (LB) sur la fonction objectif, ainsi que  $x_1^*$  et  $x_2^*$ , la valeur optimale des variables pour la relaxation du sous-problème correspondant.

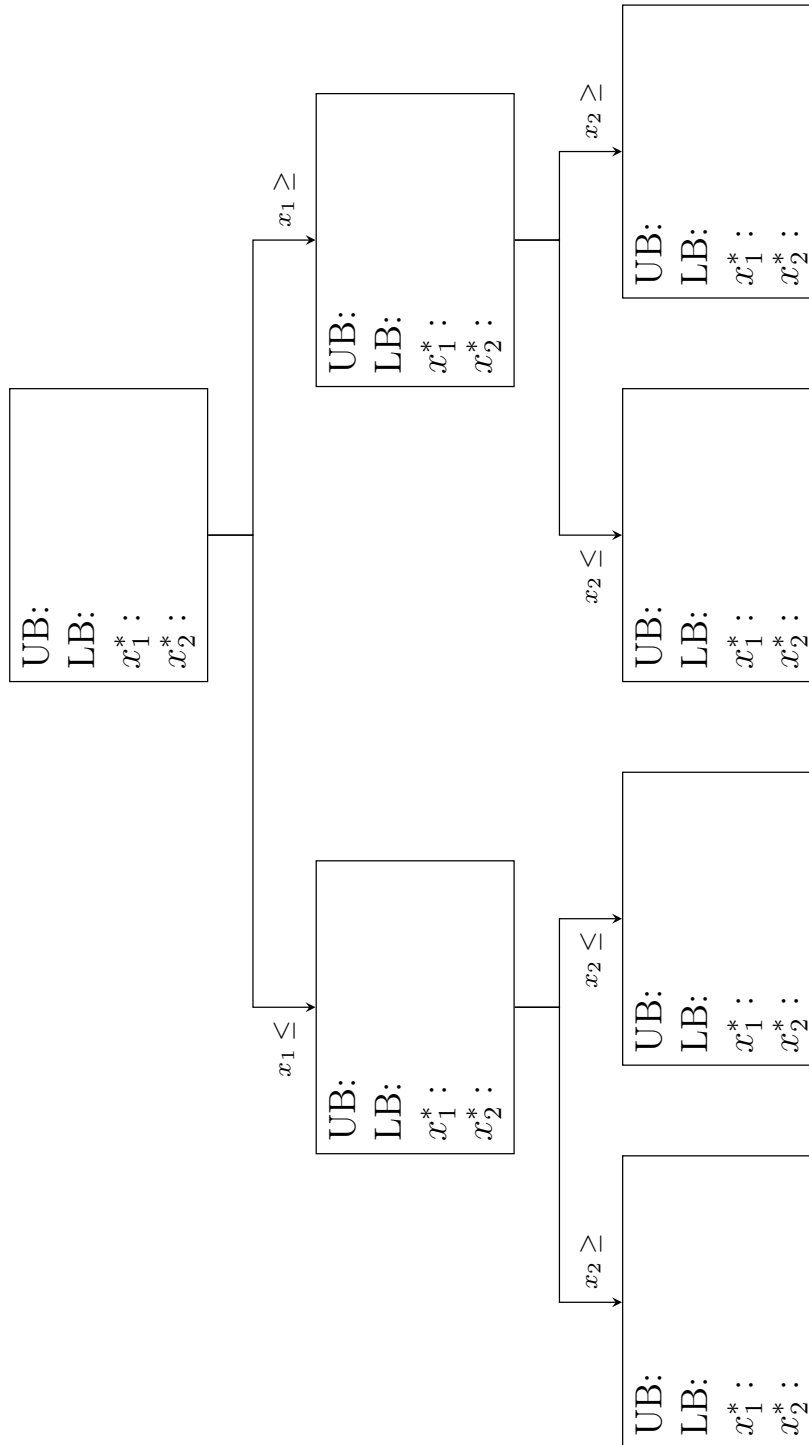


FIGURE 2 – Arbre de Branch & Bound

**Note :** Appliquer les règles de branchement suggérées sur la figure, c'est-à-dire brancher d'abord sur  $x_1$  et ensuite sur  $x_2$ .

### Question 2:

La compagnie aérienne Swiss a décidé d'organiser un concours pour offrir à au moins 1000 étudiants suisses des billets d'entrée au célèbre festival de musique Tomorrowland, organisé chaque année au mois de juillet à Anvers en Belgique. Afin d'emmener les étudiants au festival, Swiss dispose de deux types d'avions. Le premier type a une capacité de 180 sièges, et le deuxième de 300 sièges.

Nous devons vérifier les conditions suivantes :

- il faut pouvoir transporter au moins 1000 festivaliers,
  - pas plus de 6 avions ne peuvent être utilisés.
1. Donner les contraintes correspondant aux conditions énoncées ci-dessus.
  2. Dessiner la région admissible du problème relaxé correspondant.
  3. Donner toutes les solutions admissibles.
  4. Remplacer les contraintes formulées au point (1) de telle manière à obtenir la même région admissible, mais définie par un polyèdre dont les sommets correspondent tous à des valeurs entières.

### Question 3:

Considérer le problème suivant : 5 amis (1, 2, 3, 4, 5) veulent acheter 5 objets (A, B, C, D, E). Chaque ami est prêt à payer un certain prix pour chaque objet. Les prix sont indiqués dans le tableau ci-dessous (par exemple, l'acheteur 1 est prêt à payer 43CHF pour l'objet A).

	Objets				
	A	B	C	D	E
1	43	70	73	65	57
2	64	84	27	92	20
3	49	52	61	33	45
4	48	45	55	27	51
5	59	34	31	34	21

Professeur : Michel Bierlaire, Assistants responsables : Virginie Lurkin et Nikola Obrenovic

Optimisation en nombres entiers (1 décembre 2017)

Le but est d'affecter les objets aux amis de telle manière à ce que chaque objet soit acheté par exactement un ami, que chaque ami achète exactement un objet, et que la dépense totale des 5 amis soit minimale.

Résoudre ce problème en utilisant l'algorithme de branch & bound, en indiquant toutes les étapes. Indice : se référer à l'exemple 26.3 dans le livre.

#### Question 4:

Il y a 8 étudiants qui voudraient être assistant pour le cours de recherche opérationnelle de l'année prochaine. Le nom des candidats et leurs caractéristiques sont repris dans la Table ci-dessous :

Etudiant	Parle couramment français	A de l'expérience dans le cours
1. Nicholas	oui	non
2. Anna	oui	non
3. Eva	non	non
4. Stefan	oui	oui
5. Marija	non	non
6. Meri	non	non
7. Riccardo	non	non
8. Iliya	non	oui

Les responsables du cours ont modélisé certaines conditions qui doivent être respectées :

- (a) Au moins deux candidats doivent être choisis.
- (b) Maximum 3 assistants peuvent être pris pour le cours.
- (c) Au moins un assistant doit parler couramment français.
- (d) Eva ne souhaite être assistante que si Meri ou Marija l'est également.
- (e) Riccardo ne peut pas être choisi si Anna est choisie.
- (f) Au moins un assistant doit avoir de l'expérience dans le cours.

Ecrire les contraintes correspondant à ces conditions.