

Professeur : Michel Bierlaire, Assistant responsable : Yousef Maknoon

Optimisation non linéaire (9 décembre 2016)

### Question 1:

Considérons le problème d'optimisation

$$\min f(x) = x_1^4 - 2x_1^2 + x_2^3 - 3x_2$$

et les points

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}.$$

1. Vérifier si ces points sont des points stationnaires et, dans l'affirmative, identifier leur nature (maximum local, minimum local, point de selle). Justifier vos réponses.
2. Exécuter deux itérations de la méthode de Newton locale pour chaque point, si c'est possible.

### Question 2:

Considérer la fonction

$$f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$$

et les points

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer  $f(a)$ ,  $f(b)$ ,  $\nabla f(a)$  and  $\nabla f(b)$ .
2. Est-ce que la direction  $d = a - b$  est une direction de descente au point  $b$ ? Justifier.

### Question 3:

Considérer la fonction  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2.$$

1. Appliquer une itération de l'algorithme de la plus forte pente à partir du point  $x = (9, 1)$ . Choisir un pas qui vérifie la première condition de Wolfe avec  $\beta = 1/100$ .
2. Appliquer 3 itérations de l'algorithme de Newton à partir du point  $x = (9, 1)$ . Choisir un pas qui vérifie la première condition de Wolfe avec  $\beta = 1/100$ .