

Professeur : Michel Bierlaire, Assistant responsable : Yousef Maknoon

Optimisation en nombres entiers (25 Novembre 2016)

**Question 1:**

Une entreprise de jouets produit chaque mois cinq types de jouets en plastique. Il y a un coût de transition  $c_{ij}$  pour passer de la production du jouet  $J_i$  au jouet  $J_j$ , donné dans le tableau ci-dessous. Trouver la séquence de production de jouets (à répéter chaque mois) qui minimise la somme des coûts de transition.

A / De	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$
$J_1$	-	3	2	4	3
$J_2$	4	-	4	5	5
$J_3$	5	3	-	4	4
$J_4$	3	5	1	-	6
$J_5$	5	4	2	2	-

1. Modéliser ce problème sous forme de graphe (définir les noeuds et les arcs, ainsi que leurs attributs).
2. Présenter une solution admissible du problème sur le graphe et identifier les caractéristiques de cette solution.
3. Comment peut-on décrire la solution optimale ?
4. Représenter la description mathématique du problème.

Professeur : Michel Bierlaire, Assistant responsable : Yousef Maknoon

---

Optimisation en nombres entiers (25 Novembre 2016)

---

### Question 2:

Vous désirez engager un ensemble d'ouvriers pour votre chantier. Vous avez à votre disposition 7 candidats :

1. Asmodée
2. Belphégor,
3. Belzébuth,
4. Léviathan,
5. Lucifer,
6. Mammon,
7. Satan.

Chaque décision est modélisée par une variable binaire  $x_i$  qui vaut 1 si l'ouvrier  $i$  est engagé, et 0 sinon. Modéliser les contraintes suivantes :

- Vous ne pouvez pas choisir tous les ouvriers.
- Vous devez choisir au moins un de ces ouvriers.
- Asmodée ne peut pas être engagé si Belzébuth l'est.
- Léviathan peut être engagé seulement si Belphégor l'est.
- Concernant les ouvriers Asmodée et Lucifer, vous devez soit les engager tous les deux, soit aucun des deux.
- Vous devez choisir soit au moins un des ouvriers dans le groupe Asmodée, Belphégor, Belzébuth, soit au moins deux dans le groupe Belphégor, Léviathan, Lucifer, Mammon.

### Question 3:

Dans le cadre du projet d'agglomération Lausanne-Morges, vous êtes en charge de l'organisation de 5 chantiers :

1. Secteur des Hautes Ecoles-Tir Fédéral-Maladière.
2. Secteur des voies ferrées CFF de Bussigny à Sébeillon.
3. Secteur de la route de Cossonay.
4. Secteur Vallaire-Venoge.
5. Espaces publics et mobilité douce.

Chacun de ces chantiers prend plusieurs semaines, et nécessite chaque semaine l'intervention d'un nombre différent d'ouvriers qualifiés, comme indiqué dans le tableau suivant.

Chantier	Durée ( $p_i$ )	Nombre d'ouvriers qualifiés nécessaires			
		Sem. 1	Sem. 2	Sem. 3	Sem. 4
Hautes Ecoles	3	2	3	1	-
CFF	2	4	5	-	-
Cossonay	4	2	4	1	5
Vallaire	4	3	4	2	4
Espaces publics	3	9	2	3	-

Le nombre total d'ouvriers disponibles pour la semaine  $t$  est  $L_t$ . On désire organiser les chantiers pour que tout soit terminé après 9 semaines, tout en minimisant le nombre maximum d'ouvriers utilisés pendant l'une des neuf semaines. Par exemple, si tous les chantiers commencent la première semaine, il faut 20 ouvriers la première semaine, 18 la deuxième, 7 la troisième et 9 la quatrième. Le nombre maximum est donc 20.

1. Formuler les contraintes caractérisant ce problème.
2. Formuler la fonction objectif.
3. Le chantier du secteur des Hautes Ecoles doit démarrer au moins deux semaines avant le chantier de la route de Cossonay. Formuler cette contrainte.
4. Le chantier du secteur Vallaire-Venoge ne doit pas commencer plus d'une semaine après le chantier des espaces publics. Formuler cette contrainte.