
Serie 4

Le but de cette série est de résoudre le problème des moindres carrés à l'aide des algorithmes de Gauss-Newton et du filtre de Kalman.

La structure du filtre de Kalman est donnée par les fichiers `moindre_car.m`, qui est le fichier principal, et `kalman.m` qui contient la partie itérative (à implémenter !).

Évaluez, à l'aide de MATLAB, x tel que :

$$x = \arg \min_{x \in \mathbb{R}^n} \|Ax - b\|^2$$

où A est une matrice $m \times n$ et b un vecteur de dimension m définis par:

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $b = \begin{pmatrix} 21 \\ 19 \\ 24 \\ 19 \end{pmatrix}$.

b) A et b sont définis par blocs de la manière suivante:

$$A = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_J \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad b = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_J \end{bmatrix}$$

avec $A(10^6, 10)$, $b(10^6, 1)$ et $J = 100$. Les blocs de données C_j et z_j , pour $j = 1, \dots, J$, sont fournis dans les fichiers correspondants `Cj.mat` et `zj.mat` qui se trouvent dans le fichier `matrix.zip` sur le site du cours.

A faire :

1. Résolvez les deux problèmes à l'aide des deux méthodes et comparez les résultats. Afin de comparer les temps d'exécution, vous pouvez utiliser la fonction `cputime` de Matlab.
2. Variez la valeur du paramètre λ du filtre de Kalman à temps réel. Quelles différences voit-on ? Expliquez pourquoi !

Aide MATLAB

- i) La fonction de MATLAB qui résout les problèmes de moindres carrés est donnée par `\` et s'utilise de la manière suivante:

```
> xopt=A\B
```

Aide de Matlab: If A is a square matrix, $A \setminus B$ is roughly the same as $\text{inv}(A)*B$, except it is computed in a different way. If A is an n -by- n matrix and B is a column vector with n components, or a matrix with several such columns, then $X = A \setminus B$ is the solution to the equation $AX = B$ computed by Gaussian elimination (see "Algorithm" for details). A warning message prints if A is badly scaled or nearly singular. If A is an m -by- n matrix with $m \sim n$ and B is a column vector with m components, or a matrix with several such columns, then $X = A \setminus B$ is the solution in the least squares sense to the under- or overdetermined system of equations $AX = B$. The effective rank, k , of A , is determined from the QR decomposition with pivoting (see "Algorithm" for details). A solution X is computed which has at most k nonzero components per column. If $k < n$, this is usually not the same solution as $\text{pinv}(A)*B$, which is the least squares solution with the smallest norm $\|X\|$.

- ii) Afin d'importer les données C_j et z_j , pour $j = 1, \dots, 100$, il suffit de se placer dans un répertoire contenant tous les fichiers `Cj.mat` et `zj.mat` puis d'utiliser la routine suivante pour un j donné :

```
> Cj=strcat('C',int2str(j));
> zj=strcat('z',int2str(j));
> load(zj) ;
> load(Cj) ;
```

De cette manière, le bloc C_j (resp. z_j) contenu dans le fichier `Cj.mat` (resp. `zj.mat`) sera importé dans votre fenêtre de commande sous la variable nommée C (resp. z).

- iii) *Aide de Matlab:* `CPUTIME` returns the CPU time in seconds that has been used by the MATLAB process since MATLAB started.

For example:

```
t=cputime; your_operation; cputime-t
```

returns the cpu time used to run `your_operation`. The return value may overflow the internal representation and wrap around.