Introduction
à l'optimisation
Fall 2014 - 2015

Enseignant: M. Bierlaire

Session 2: Optimisation linéaire : analyse des contraintes

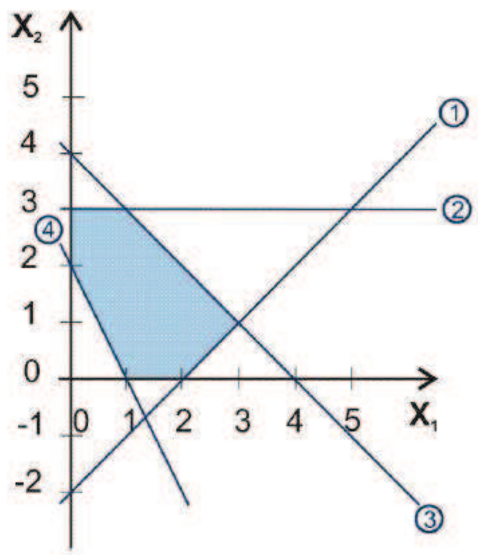
Question 1: (À résoudre sur le tableau par le chargé de cours)

Soit le domaine des solutions admissibles représenté par la partie ombragée sur la figure suivante.

a) Donner toutes les contraintes qui définissent le domaine des solutions admissibles. (format canonique)

b) Si $c_1x_1+x_2$ est la fonction d'objective qu'il faut maximiser, quelle(s) valeur(s) doit-on donner à c_1 pour que $P(1,3)$ soit la solution optimale unique?

c) Si $c_1 = 2$ et qu'il en coûte un montant fixe de 6$ pour remplacer la première contrainte par $x_1 - x_2 \leq 4$ et la fonction objectif montre le profit ($), est-il avantageux de remplacer cette contrainte? Quel est le gain ou la perte?



Question 2: (À résoudre par les étudiants en classe)

Consider the problem

$$
\begin{array}{lrcrcr}
\min & -3x & - & 2y & & \\
\text{s.c.} & x & - & y & \geq & -2 \\
 & 2x & + & y & \leq & 8 \\
 & x & + & y & \leq & 5 \\
 & x & + & 2y & \leq & 10 \\
 & & & x & \geq & 0 \\
 & & & y & \geq & 0
\end{array}
$$

a) Reformulate this problem with minimum number of constraints. Call this new mathematical model $\mathcal{D}$.

b) Draw the domain $\mathcal{D}$ of the *feasible solutions* of the problem. Enumerate the vertices of $\mathcal{D}$.

c) Resolve the problem $\mathcal{D}$ graphically.

d) Express the linear program of $\mathcal{D}$ in canonical form and standard form.

Question 3: (À résoudre par les étudiants en classe s'il y a le temps, sinon à résoudre à la maison)

Soit le domaine des solutions admissibles représenté par la partie ombragée sur la figure suivante

Le programme linéaire associé à ce domaine est:

$$
\begin{array}{llrcrcr}
\max & 4x_1 & & + & x_2 & & \\
\text{s.c.} & & 3x_1 & + & x_2 & \geq & 3 \\
& & 3x_1 & + & 4x_2 & \leq & 16 \\
& & x_1 & - & x_2 & \leq & 3 \\
& & x_1, x_2 & \geq & 0 & &
\end{array}
$$

1. Si on ajoute la contrainte $x_1 - 2x_2 \leq 1$, quelle est la solution optimale du problème? Résoudre par la méthode graphique et donner les valeurs des variables et celle de la fonction objectif.

2. Est-ce que P pourrait être le point optimal ? Quelles sont les situation des points C et E ?

3. Si la fonction objectif est $max(c_1x_1 + c_2x_2)$, quelle(s) valeur(s) faut-il imposer à c_1 et c_2 pour que le point $P(2, 2.5)$ soit une solution optimale?