

Enseignant: M. Bierlaire

Optimisation linéaire : algorithme du simplexe

Question 1:

(À résoudre sur le tableau par le chargé de cours)

Voici un tableau du simplexe obtenu en minimisant une fonction-objectif soumise à 3 contraintes.

	a	d	0	0	0	Valeur
x_1	x_2	e_1	e_2	e_3		
$-2/3$	0	f	0	$1/6$		46
$-1/8$	0	0	1	$5/2$		k
b	1	g	i	$-1/6$		4
c_j	c	e	h	j	$1/2$	m

- (a) Donner les variables de base de ce tableau.
- (b) La structure même du tableau force certains des paramètres à prendre une valeur unique et précise. Indiquer quels sont ces paramètres et déterminer leurs valeurs.
- (c) À quelles conditions doivent répondre les paramètres pour que la solution de base associée à ce tableau soit dégénérée?
- (d) À quelles conditions doivent répondre les paramètres pour que la solution de base associée à ce tableau soit l'unique solution optimale du modèle linéaire?
- (e) À quelles conditions doivent répondre les paramètres pour que le tableau soit optimale et que le modèle admette une infinité de solutions optimales?
- (f) À quelles conditions doivent répondre les paramètres pour que le modèle linéaire ne soit pas borné?

Question 2:

(À résoudre par les étudiants en classe)

On considère le problème suivant:

$$\begin{array}{rllll}
\min & x_1 + & & x_2 + & x_3 + 2x_4 \\
\text{s.c.} & x_1 + & & x_2 + & x_3 + x_4 = 4 \\
& 2x_1 + & & x_2 & = 3 \\
& & & -x_2 + & x_3 + 2x_4 = 2 \\
& & & x_1, x_2, x_3, x_4 & \geq 0
\end{array}$$

Supposons que les indices de base soient 1,2, et 3.

- Calculer la solution de base associée. Est-elle admissible?
- Rendre non nulle la variable hors-base x_4 permet-il de réduire le coût? Que peut-on en déduire?

Question 3:

(À résoudre par les étudiants en classe s'il y a le temps, sinon à résoudre à la maison)

Take the feasible set defined by the constraints

$$\begin{array}{rllll}
x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 3 \\
x_1 & & + x_3 & & + 2x_5 = 1 \\
& & x_2 - x_3 + 2x_4 - x_5 = -2.
\end{array}$$

- Identify a feasible point.
- Verify whether the constraints are linearly independent.