Enseignant: M. Bierlaire

Introduction
à l'optimisation
Fall 2014 - 2015

Session 2: Optimisation linéaire : analyse des contraintes - Solution

Question 1:

a)

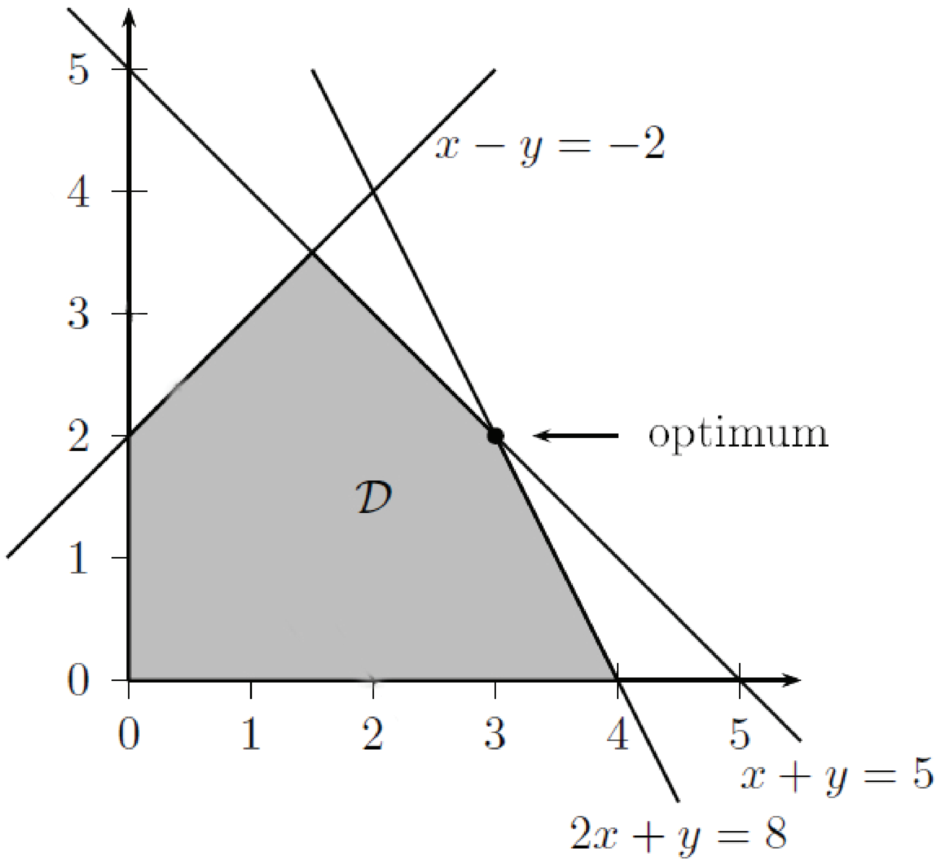
$$\begin{array}{rcrcrl} x_1 & - & x_2 & \leq & 2 & (n^o1) \\ & & x_2 & \leq & 3 & (n^o2) \\ x_1 & + & x_2 & \leq & 4 & (n^o3) \\ 2x_1 & + & x_2 & \geq & 2 & (n^o4) \\ x_1, x_2 & \geq & 0 & (n^o5) & & \end{array}$$

b) Pour que la solution optimale unique se situe au point $P(1,3)$, $0 < c_1 < 1$.

c) Si $c_1 = 2$ alors $P(3,1)$ est la solution optimale unique et $2(3) + 1 = 7$. Lorsque b_1 augmente de 2 unités, la solution optimale se situe au point $P(4,0)$ et $2(4) + 0 = 8$. Mais compte tenu que les 2 unités coûte 6$ le profit se situe alors à 8$. Donc cette dernière situation n'est pas avantageuse, car on perd 5$ par rapport à la première option.

Question 2:

a) The constraint, $x + 2y \leq 10$ is redundant because it is a linear combination of the first $-x + y \leq 2$ and the second $2x + y \leq 8$ constraints.



b) The vertices of the domain $\mathcal{D}$ are:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c) The optimal solution is determined graphically by drawing the contours of the objective function. The optimum is reached at (3, 2) and has a value of -13.

d) The linear program in canonical form can be written as follows:

$$\begin{array}{lrcrcl}
\min & -3x & - & 2y & & \\
\text{s.c.} & -x & + & y & \leq & 2 \\
 & 2x & + & y & \leq & 8 \\
 & x & + & y & \leq & 5 \\
 & & & x & \geq & 0 \\
 & & & y & \geq & 0
\end{array}$$

In the standard form:

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcrcl}
\min & -3x & - & 2y & & & & & & & & \\
\text{s.c.} & -x & + & y & + & a & & & & & = & 2 \\
 & 2x & + & y & & & + & b & & & = & 8 \\
 & x & + & y & & & & & + & c & = & 5 \\
 & x & , & y & , & a & , & b & , & c & \geq & 0
\end{array}
$$

Question 3:

1. La solution optimale se situe à l'intersection de la nouvelle contrainte et de la contrainte 2, soit le point $P(\frac{18}{5}, \frac{13}{10})$ et la foction objectif. $= \frac{157}{10}$
2. Oui, ça sera l'une des solutions optimales avec C. E est non-réalisable.
3. Il faut que la fonction objectif soit parallèle à la contrainte 2 pour le point P soit une solution optimale. Donc $c_1 = \frac{3}{4}c_2$ et $c_2 \geq 0$.