Optimisation linéaire : algorithme du simplexe - Solution

Question 1:

(a) e_1, e_2, et x_2

(b) $f = 1, g = i = 0$, et $e = h = j = 0$, $d = 3$, $m = -12$.

(c) Il faut que $k = 0$.

(d) Il faut que $c > 0$. De plus, puisque $a - 3b = c$, il fait également que $a > 3b$.

(e) Il faut que $c = 0$ et, par conséquent, que $a = 3b$.

(f) Il faut que $c < 0$ et $b \leq 0$. De la première contrainte, on déduit qu'il faut également que $a < 3b$.

Question 2:

(a) Si les indices de base sont 1,2 et 3, la matrice de base est donnée par:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Dont l'inverse s'écrit :

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -1/3 & 2/3 & 1/3 \\ 2/3 & -1/3 & -2/3 \\ 2/3 & -1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$$

Le vecteur b étant $\left(\begin{smallmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{smallmatrix}\right)$, les variables de base valent $\left(\begin{smallmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{smallmatrix}\right) = B^{-1}b = \left(\begin{smallmatrix} 4/3 \\ 1/3 \\ 7/3 \end{smallmatrix}\right)$ La variable hors-base x_4 vaut par définition 0.
Cette solution est admissible.

(b) Calculons le coût réduit pour la variable x_4 :

$$\overline{c_4} = c_4 - c_B^T B^{-1} A_4 = 1 > 0$$

la variable x_4 ne réduit pas le coût. La solution de base d'indices 1,2 et 3 correspond donc a l'optimum du problème.

Question 3:

(a) Put $x_3 = x_5 = 0$, solve a linear system of equation, to get $x_1 = 1$ and $x_2 = -2(x_4+1)$.

(b) The third constraint is simply obtained by subtracting the first constraint from the second one, hence the constraints are not linearly independent.