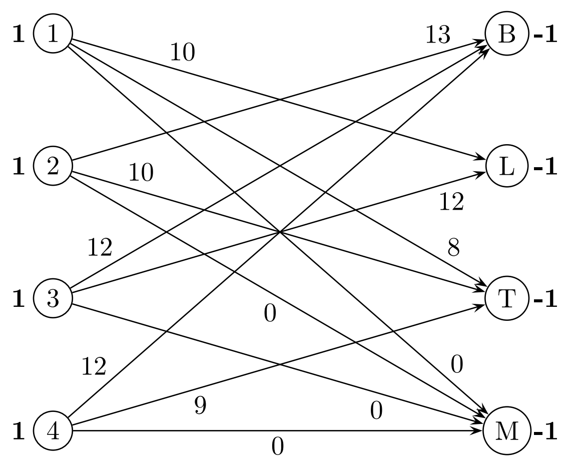
Corrigé 11

Problème 1

Pour modéliser ce problème comme un problème de transbordement, on va représenter chaque journaliste par un sommet numéroté de 1 à 4 et chaque destination par B, pour Burundi, L pour Liberia et T pour Tchétchénie. Chaque sommet journaliste a une offre de 1 et chaque sommet destination une demande de 1. Comme la somme des demandes doit être égale à la somme des offres, et que l'on a 4 journalistes et uniquement 3 destinations, on ajoute une sommet maison M pour y affecter le journaliste qui ne partira pas en reportage. Les coût des arcs correspondent à la prime de risque demandée par les journalistes pour les différentes destinations. S'ils ne partent pas, ils ne gagent rien. En résolvant le problème de transbordement à coût minimum dans le graphe ci-dessous, on saura comment affecter les journalistes aux différents pays.



Problème 2

Décrivons tout d'abord les deux phases de la méthode de séparation et d'évaluation.

Évaluation. Pour la phase d'évaluation, on va résoudre la relaxation linéaire du problème, c'est-à-dire le programme linéaire obtenu en remplaçant les contraintes $x_i \in \{0,1\}$ $\forall i$ par $0 \leq x_i \leq 1$ $\forall i$. Pour résoudre cette relaxation, on va appliquer un algorithme glouton : on considère les objets par ordre décroissant de leur rendement $\rho_i = c_i/a_i$.

Objet i	1	2	3	4
Utilité c_i	13	16	7	4
Poids a_i	6	8	4	3
$\rho_i = c_i/a_i$	$2.1\bar{6}$	2	1.75	$1.\bar{3}$

Ici, on va les considérer dans l'ordre donné.

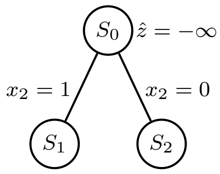
Séparation. Si la solution de la relaxation linéaire n'est pas entière, on crée deux sous-problèmes en posant, dans l'un, $x_j = 1$ et, dans l'autre, $x_j = 0$ où x_j est la variable fractionnaire dans la solution de la relaxation linéaire.

Initialisation. L'arbre d'énumération ne contient que la racine S_0 représentant le problème initial. $\hat{z} = -\infty$.

Première itération. On évalue une borne supérieure $\bar{z}_0$ pour S_0 :

$$x_1 = 1,\ x_2 = 6/8,\ x_3 = 0,\ x_4 = 0 \qquad \bar{z}_0 = 25.$$

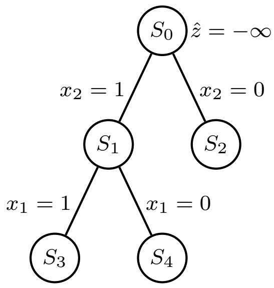
La solution n'est pas entière et $\bar{z}_0 > \hat{z}$. On sépare S_0 en créant deux sous-problèmes, avec respectivement, $x_2 = 1$ et $x_2 = 0$.



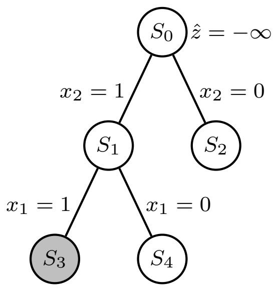
Deuxième itération. On traite le sommet actif S_1, et on évalue une borne supérieure $\bar{z}_1$ pour ce dernier :

$$x_2 = 1 \text{ (fixé)},\ x_1 = 4/6, \qquad \bar{z}_1 = 24.\bar{6}.$$

La solution n'étant pas entière et $\bar{z}_1 > \hat{z}$, on sépare S_1 en «branchant» sur x_1.



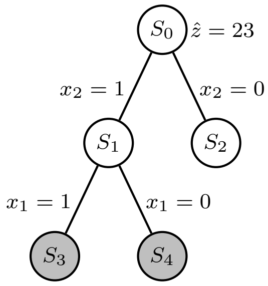
Troisième itération. On traite le sommet actif S_3. On a $x_1 = x_2 = 1$, mais $a_1 + a_2 = 14 > 12 = b$. L'ensemble Ω_3 est vide, et le sommet est sondé.



Quatrième itération. On traite le sommet actif S_4, et on évalue une borne supérieure $\bar{z}_4$ pour ce dernier :

$$x_1 = 0,\ x_2 = 1 \text{ (fixés)},\ x_3 = 1, \qquad \bar{z}_4 = 23.$$

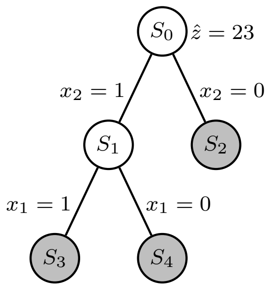
La solution est entière et $\bar{z}_4 > \hat{z}$. On met à jour $\hat{z} = 23$. Le sommet S_4 est sondé.



Cinquième itération. On traite le sommet actif S_2, et on évalue une borne supérieure $\bar{z}_2$ pour ce dernier :

$$x_2 = 0 \text{ (fixé)},\ x_1 = 1,\ x_3 = 1,\ x_4 = 2/3 \qquad \bar{z}_2 = 22.\bar{6}.$$

La solution n'est pas entière mais $\bar{z}_2 \leq \hat{z}$, le sommet est sondé.



Solution. La solution optimale de ce problème est donc de prendre les objets 2 et 3 pour une valeur de 23.

May 25, 2010 – mbi/mfe-jch