
SÉRIE D'EXERCICES 9

- Problème-type :
 - 1)
- Problèmes à résoudre :
 - 2)
 - 3)
- Problèmes supplémentaires :

Problème 1

a) Soit $f : (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mapsto f(x_1, x_2) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{9}{2}x_2^2$.

Appliquer 2 itérations de la méthode quasi-Newton locale (avec un pas de 1) pour trouver le minimum de cette fonction.

On choisira $H_0 = I$ et $\mathbf{x}_0 = (-1.5, 1.5)$.

b) Pour la fonction $g(x, y) = x_1^2 + x_2^2$, et partant du point $\mathbf{x}_0 = (4, 4)$, effectuer 2 itérations de l'algorithme BFGS en utilisant un pas $\alpha = 1/4$.

Problème 2

On considère le problème consistant à minimiser la fonction $f(x_1, x_2) = 3x_1^2 + x_2^4$.

La recherche linéaire inexacte d'Armijo permet de trouver les pas α_k tels que $\alpha_k = \lambda^i$, où i est le premier entier positif qui vérifie la condition d'Armijo

$$f(\mathbf{x}_k + \alpha_k d_k) \leq f(\mathbf{x}_k) + \alpha_k \beta \nabla f(\mathbf{x}_k)^T d_k, \quad 0 < \beta < 1.$$

a) Appliquer une itération de la méthode de la plus forte pente combinée à la recherche linéaire inexacte d'Armijo avec $(1, -2)$ comme point de départ et les paramètres suivants: $\beta = 0.1$ et $\lambda = 0.5$.

b) On fixe maintenant λ à 0.1. Comparer avec le point a).

Problème 3

Soit le problème suivant :

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2} \|g(\mathbf{x})\|^2 \\ \text{avec } g(\mathbf{x}) &= -(x_1 - 3)^2 - (x_2 - 2)^2 \end{aligned}$$

a) Montrer que pour tout point courant \mathbf{x}_k , la direction donnée par la méthode de Gauss-Newton est une direction de descente.

b) Appliquer une itération de la méthode de Gauss-Newton au point $\mathbf{x}_k = (2, 1)$, en utilisant la méthode de Levenberg-Marquardt avec $\Delta_k = 10 \cdot I_2$.