SÉRIE D'EXERCICES 6

- Problème-type :
  1)
- Problèmes à résoudre :
  2) 3)
- Problèmes supplémentaires :
  4)

Problème 1

Formuler le problème dual des deux problèmes linéaires suivants :

a)
$$\begin{array}{llcccl} \text{Max}\, z = & & & 2x_2 & & \\ \text{s.c.} & 8x_1 & + & 3x_2 & = & 1 \\ & x_1 & , & x_2 & \in & \mathbb{R} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{llcr} \text{Min}\, z = & x_1 & & \\ \text{s.c.} & -3x_1 & \leq & 3 \\ & x_1 & \leq & 11 \\ & x_1 & \geq & 0 \end{array}$$

Problème 2

Une fabrique de feux d'artifice produit trois types de fusées, des rosaces, des étoiles et des fontaines. Les prix de vente, les quantités requises de poudre et de carton ainsi que le nombre d'heures de construction sont différents pour chaque type de fusées et sont résumés dans le tableau suivant :

	fusées de type rosace	fusées de type étoile	fusées de type fontaine
Temps de construction [min]	4	2	12
Quantité de poudre [g]	100	150	100
Quantité de carton [g]	20	10	40
Prix de vente [Frs]	48	36	90

Pour la semaine à venir, la fabrique dispose de 3000 minutes pour la construction, de 100 kg de poudre et de 12 kg de carton.

a) Formuler un problème linéaire aidant la fabrique à déterminer une production maximisant son chiffre d'affaires.

b) Donner le problème linéaire dual du problème précédent.

c) Résoudre le problème primal.

d) Si la fabrique pouvait augmenter la quantité de ressources en poudre ou en carton, dans laquelle de ces deux ressources serait-il conseillé d'investir en premier ?

Problème 3

On considère les tableaux suivants :

$$T_1 = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{cccccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & \\ \hline -1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ \hline 2 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$T_2 = \begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \\ \hline 1 & 3 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 3 \\ \hline 0 & 2 & 0 & 5 & -20 \\ \hline \end{array}$$

$$T_3 = \begin{array}{cccccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 6 \\ \hline 0 & 7 & 0 & 8 & 5 & 0 & 60 \\ \hline \end{array}$$

$$T_4 = \begin{array}{ccccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & \\ \hline -1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ \hline 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Pour chacun d'eux :

a) donner l'ensemble des variables basiques primales, ainsi que la solution basique primale et sa valeur ;

b) déterminer s'il est

		T_1	T_2	T_3	T_4
i)	primal-admissible	☐	☐	☐	☐
ii)	dual-admissible	☐	☐	☐	☐
iii)	optimal	☐	☐	☐	☐
iv)	primal-non borné	☐	☐	☐	☐
v)	dual-non borné	☐	☐	☐	☐
vi)	primal-dégénéré	☐	☐	☐	☐
vii)	dual-dégénéré	☐	☐	☐	☐

Problème 4

Le tableau suivant montre les relations possibles entre les solutions de PLP et PLD :

PLD PLP	optimum fini	pas de solution admissible	fonction objectif non bornée
optimum fini	possible (dualité forte)	exclu (dualité forte)	exclu (dualité forte)
pas de solution admissible	exclu (dualité forte)	possible (exemples)	possible (dualité faible)
fonction objectif non bornée	exclu (dualité forte)	possible (dualité faible)	exclu (dualité faible)

Pour chaque cas "possible", donner un exemple de probème linéaire avec deux variables de décision et deux contraintes.

April 15, 2010 – mbi/mfe