
SÉRIE D'EXERCICES 1

Vous trouverez les énoncés des séries d'exercices, les notes de cours et d'autres informations sur le cours sur le site web :

<http://transp-or2.epfl.ch/cours/RechOp/09-10/>

- Problème-type :
 - 1)
- Problèmes à résoudre :
 - 2)
- Problèmes supplémentaires :
 - 3)

Problème 1

Un cuisinier désire préparer une salade de fruits de 1 kg à partir de 3 fruits exotiques, tout en respectant des contraintes sur les quantités de vitamines, glucides et fer. Les différentes concentrations et prix sont donnés dans le tableau ci-dessous (pour 100 g de fruits comestibles) :

Fruit	Glucides g	Fer mg	Vit. C mg	Prix Fr
Physalis	11.3	0.9	4	4.5
Kiwano	9.0	0	15	3.8
Goyave	18.3	0.7	30	2.6

Un diététicien recommande, pour une portion de 100 g, un maximum de 10 g de glucides, un minimum de 0.8 mg de fer et au moins 15 mg de vitamine C.

Formuler un problème d'optimisation linéaire permettant de déterminer les quantités de fruits à acheter de manière à minimiser le prix total d'achat tout en respectant les recommandations du diététicien.

Problème 2

Monsieur Fildefer possède m balances. Obsédé par son poids, il se pèse chaque matin sur chacune de ses balances et relève les valeurs $\{p_1, \dots, p_m\}$. Évidemment ses balances sont rarement d'accord et, afin d'estimer son poids p , Monsieur Fildefer cherche à calculer la valeur \hat{p} minimisant :

- a) l'erreur de mesure maximale parmi les m mesures ;
- b) la somme des erreurs de mesure de ses m balances.

Modéliser le problème de la recherche de \hat{p} sous forme d'un problème linéaire.

Problème 3

Une usine du XIX^e siècle désire embaucher des ouvriers. Elle connaît le nombre minimal de personnes requises pour chacune des quatre périodes journalières suivantes : $b_{24,06}$ personnes de minuit à 6 heures, $b_{06,12}$ personnes de 6 heures à midi, $b_{12,18}$ personnes de midi à 18 heures et $b_{18,24}$ personnes de 18 heures à minuit. Les ouvriers engagés travaillent 12 heures consécutives et se reposent ensuite 12 heures.

On désire connaître la composition des équipes qui minimise le nombre d'ouvriers à engager.

a) Formuler ce problème en termes d'optimisation.

Indications : Règles de transformation particulière

- Problème Min-Max ou Max-Min

$$\begin{array}{l} \text{Min } z = t \\ \text{s.c.} \quad t \geq c_1x + d_1 \\ \quad \quad \quad \dots \\ \quad \quad \quad t \geq c_kx + d_k \\ \quad \quad \quad t \in \mathbb{R} \end{array} \iff \text{Min } z = \max\{c_1x + d_1, \dots, c_kx + d_k\}$$

- Valeurs absolues

$$|x| \leq b \iff \begin{cases} x \leq b \\ x \geq -b \end{cases}$$