EPFL
ENAC INTER TRANSP-OR
Prof. M. Bierlaire

Recherche opérationnelle

Automne 2013/2014

Serie 6

Problème 1

Formuler le problème dual de chacun des programmes linéaires suivants :

a)
$$\begin{array}{llcrcrcr} \max & z = 2x_2 & & & & & & \\ \text{s.c.} & & & 8x_1 & + & 3x_2 & = & 1 \\ & & & x_1 & , & x_2 & \in & \mathbb{R} \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{llrcr} \min & z = x_1 & & & \\ \text{s.c.} & & -3x_1 & \leq & 3 \\ & & x_1 & \leq & 6 \\ & & x_1 & \geq & 0 \end{array}$$

Mettre le problème a) sous forme standard. Pour le problème b), résoudre graphiquement le dual ainsi que le primal.

Problème 2

Soit le problème d'optimisation

$$\begin{array}{lrcrcr} \min z = & -3x_1 & + & 2x_2 & & \\ \text{s.c.} & x_1 & - & x_2 & \leq & 2 \\ & -x_1 & + & x_2 & \leq & -3 \\ & x_1 & , & x_2 & \geq & 0. \end{array}$$

1) Ecrire le Lagrangien.
2) Ecrire la fonction duale.
3) Ecrire le problème dual.

Problème 3

Une entreprise E doit acheminer la marchandise produite dans ses deux usines A et B jusqu'à ses deux succursales de vente C et D. Les quantités que l'on peut produire sur les sites A et B peuvent atteindre au maximum 100 et 20 unités respectivement, alors que les demandes en C et D sont respectivement d'au moins 40 et 80 unités. Le coût unitaire de transport de chaque usine vers chaque succursale de vente est indiqué dans le tableau ci-dessous.

	C	D
A	3	4
B	1	3

L'entreprise veut savoir comment acheminer la marchandise produite en minimisant le coût total de transport.

a) Formuler ce problème sous la forme d'un programme linéaire.
b) Formuler le programme linéaire dual associé.
c) Donner une interprétation économique du dual et de ses variables.

Problème 4

Un fabricant de composants éléctroniques possède deux types de fabriques : A et B, notées A_i $(1 \leq i \leq m)$ et B_j $(1 \leq j \leq n)$. Lors de la fabrication, chacun de ces composants doit tout d'abord passer par une des usines de type A puis par une de type B. Comme ces usines ne se trouvent pas dans le même lieu géographique, le fabricant doit étudier le meilleur moyen pour transporter ces composants à moindre coût.

a) Connaissant la matrice des coûts $C = (c_{ij})$ où c_{ij} correspond au coût de transport d'une pièce de l'usine A_i vers l'usine B_j, ainsi que que le nombre de pièces a_i produites par A_i et le nombre de pièces b_j que B_j doit recevoir, modéliser à l'aide d'un graphe le problème du transport des composants.
Donnée : $m = 2$ et $n = 3$

	1	2
a_i	10	12

	1	2	3
b_j	6	9	7

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

b) Formuler ce problème sous forme de programme linéaire.

Problème 5

Une chaîne de télévision veut dépêcher un envoyé spécial pour couvrir l'actualité dans chacune des trois zones de conflit suivantes : Tchétchénie, Liberia et Burundi. Elle dispose de quatre journalistes prêts à se rendre dans certains de ces pays pour autant qu'ils reçoivent une prime de risque.

Journaliste	Pays (Prime)
1	Tchétchénie (8) et Liberia (10)
2	Tchétchénie (10) et Burundi (13)
3	Liberia (12) et Burundi (12)
4	Tchétchénie (9) et Burundi (12)

Modéliser le problème de l'affectation à coût minimum d'un journaliste à chacun des trois pays sous la forme d'un problème de transbordement.

Problème 6

Le vecteur de flots dans le réseau suivant correspond-il à une circulation ?