

---

SÉRIE D'EXERCICES 9

---

- Problème-type :  
2) 4.a)
- Problèmes à résoudre :  
1) 4.b) 5)
- Problèmes supplémentaires :  
3) 6)

**Problème 1**

Un fabricant de composants électroniques possède deux types de fabriques :  $A$  et  $B$ , notées  $A_i$  ( $1 \leq i \leq m$ ) et  $B_j$  ( $1 \leq j \leq n$ ). Lors de la fabrication, chacun de ces composants doit tout d'abord passer par une des usines de type  $A$  puis par une de type  $B$ . Comme ces usines ne se trouvent pas dans le même lieu géographique, le fabricant doit étudier le meilleur moyen pour transporter ces composants à moindre coût.

- a) Connaissant la matrice des coûts  $C = (c_{ij})$  où  $c_{ij}$  correspond au coût de transport d'une pièce de l'usine  $A_i$  vers l'usine  $B_j$ , ainsi que que le nombre de pièces  $a_i$  produites par  $A_i$  et le nombre de pièces  $b_j$  que  $B_j$  doit recevoir, modéliser à l'aide d'un graphe le problème du transport des composants.

Donnée :  $m = 2$  et  $n = 3$

$$a_i \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline 10 & 12 \\ \hline \end{array} \quad b_j \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline 6 & 9 & 7 \\ \hline \end{array} \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 2 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

- b) Formuler ce problème sous forme de programme linéaire.

**Problème 2**

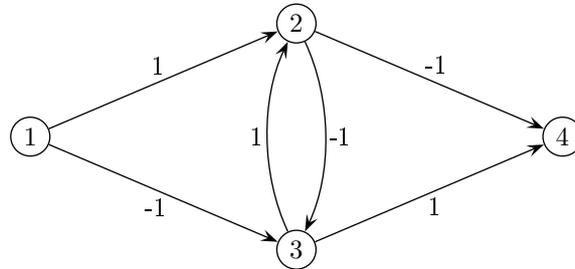
Une chaîne de télévision veut dépêcher un envoyé spécial pour couvrir l'actualité dans chacune des trois zones de conflit suivantes : Tchétchénie, Liberia et Burundi. Elle dispose de quatre journalistes prêts à se rendre dans certains de ces pays pour autant qu'ils reçoivent une prime de risque.

Journaliste	Pays (Prime)
1	Tchétchénie (8) et Liberia (10)
2	Tchétchénie (10) et Burundi (13)
3	Liberia (12) et Burundi (12)
4	Tchétchénie (9) et Burundi (12)

Modéliser le problème de l'affectation à coût minimum d'un journaliste à chacun des trois pays sous la forme d'un problème de transbordement.

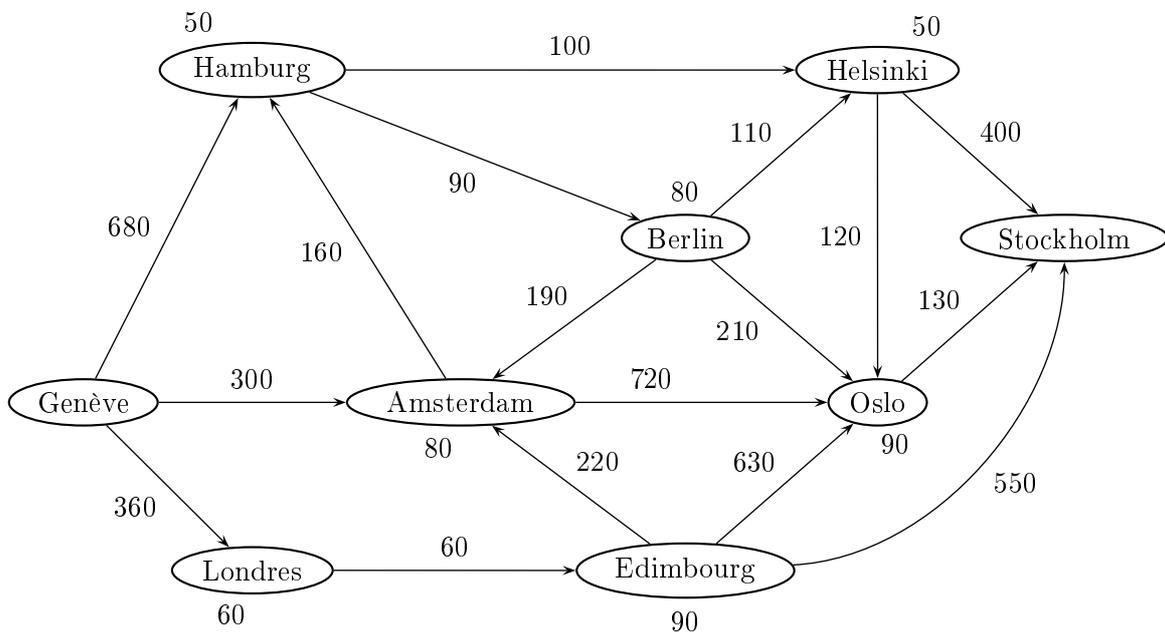
### Problème 3

Le vecteur de flots dans le réseau suivant correspond-il à une circulation ?



### Problème 4

Un étudiant de l'EPFL, désirant faire un séjour linguistique, décide de se rendre en Suède. Après avoir fait le tour de quelques compagnies, il a recensé plusieurs connexions aériennes lui permettant d'aller de Genève à Stockholm. Il les a représentées à l'aide du graphe suivant :



Cependant, les horaires aériens sont faits de telle manière qu'il est obligé de passer la nuit dans chacune des villes où il fera escale.

Les valeurs sur les arcs correspondent au prix en Frs pour les parcourir et les valeurs à côté des sommets représentent le prix en Frs à payer pour passer la nuit dans un hôtel de la ville correspondante.

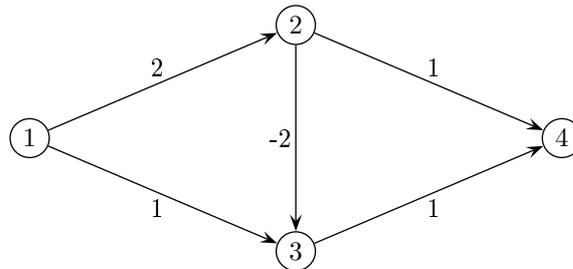
L'étudiant, ne possédant qu'un faible revenu, désire déterminer le chemin le meilleur marché pour se rendre de Genève à Stockholm.

- a) Déterminer la solution optimale de ce problème.

- b) Si le prix de l'hôtel est négociable à Edimbourg, pour quelles valeurs (non négatives) du prix de la chambre le chemin passant par Edimbourg sera le moins cher ?

### Problème 5

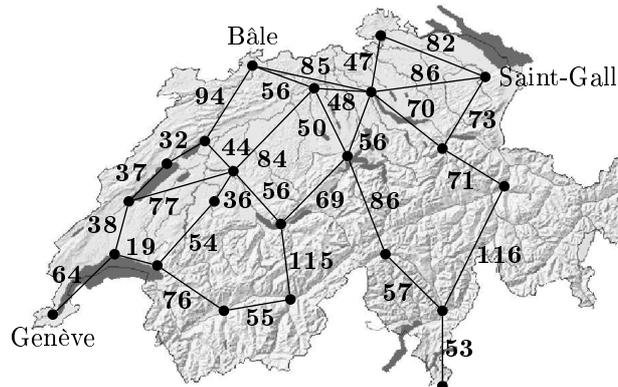
- a) Appliquer l'algorithme de Dijkstra de manière à déterminer le plus court chemin du sommet 1 vers tous les autres sommets du graphe suivant :



- b) Le sommet 3 est à deux reprises inséré dans l'ensemble des nœuds à étiquette temporaire  $V$  et traité par l'algorithme. Pourquoi ?
- c) Donner l'arbre des plus courts chemins.
- d) Montrer, à l'aide des conditions d'optimalité, que la solution trouvée est optimale.

### Problème 6

On désire se rendre de Genève à Saint-Gall, en passant par Bâle par la voie la plus courte. Les valeurs en regard des arêtes représentent des distances en kilomètres.



Décrire une méthode, utilisant une et une seule fois un algorithme vu au cours, permettant de résoudre ce problème.