

Professeur : Michel Bierlaire, Assistants responsables : Nikola Obrenovic, Nourelhouda Dougui

Algorithme du simplexe (26 October 2018)

Question 1:

Consider a linear optimization problem in standard form with the following data :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}; c = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Write the corresponding tableau using x_1 and x_4 as a basis, and determine the basic solution it corresponds to.

Can this approach (randomly selecting a basic solution) be used always to find a starting point for the simplex algorithm?

Hint : The inverse of matrix $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ is $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Question 2:

Considérer le problème d'optimisation suivant :

$$\min -3x_1 + 4x_2$$

sous contraintes

$$x_1 + x_2 \geq 4 \tag{1}$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 18 \tag{2}$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \tag{3}$$

1. Représenter graphiquement le domaine admissible et résoudre par la méthode graphique.
2. Résoudre en utilisant la méthode du simplexe à deux phases avec la méthode du tableau.

Question 3:

Stefano, Gael et Chao, trois amis étudiants ont décidé de participer au Raid 4L Trophy, un rallye raid aventure 100% étudiant se déroulant sur les pistes marocaines. Pour financer leur voyage, ils ont décidé de vendre deux types de biscuits faits maisons : sucrés et salés. Les trois étudiants ont seulement une semaine pour confectionner leurs biscuits. Leur emploi du temps est varié et ensemble ils ont estimé qu'ils ne peuvent consacrer plus de 50 heures à la confection des biscuits. Les heures nécessaires à la préparation de chaque paquet de biscuits sont reprises dans la table ci-dessous :

	Sucrés	Salés
Heures par paquet	1h	2h
Prix de vente du paquet	3 frs	4 frs

De plus, compte tenu des ingrédients à disposition, ils savent qu'ils ne peuvent pas faire plus de 20 paquets de biscuits sucrés et 30 paquets de biscuits salés. On suppose que les trois amis vendent l'ensemble des biscuits cuisinés.

1. Modéliser le problème comme un problème d'optimisation linéaire pour déterminer le nombre de paquets de biscuits sucrés et salés qui maximisent les revenus de la vente des biscuits. Préciser explicitement les variables de décision, la fonction objectif et les contraintes.
2. La phase I est-elle nécessaire ? Pourquoi ?
3. Résoudre avec l'algorithme du simplexe en utilisant la méthode du tableau.

Question 4:

For the following optimization problem, write it in standard form, specify the vector of costs, and solve the problem using the simplex algorithm.

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} -4x_1 + 2x_2$$

Professeur : Michel Bierlaire, Assistants responsables : Nikola Obrenovic, Nourelhouda Dougui

Algorithme du simplexe (26 October 2018)

subject to

$$-x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 - x_2 \geq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Question 5:

The following table corresponds to an iteration of the simplex algorithm :

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	-2	1	e	0	2	f
1	g	0	-2	0	1	1
0	0	0	h	1	4	3
0	a	0	b	c	3	d

For each of the following statements, which conditions on the parameters $a - h$ can be inferred if the statement is true ?

1. The given tableau represents an optimal solution.
2. The given tableau represents a unique optimal solution.
3. The given tableau represents a non-unique optimal solution.
4. The problem is unbounded.