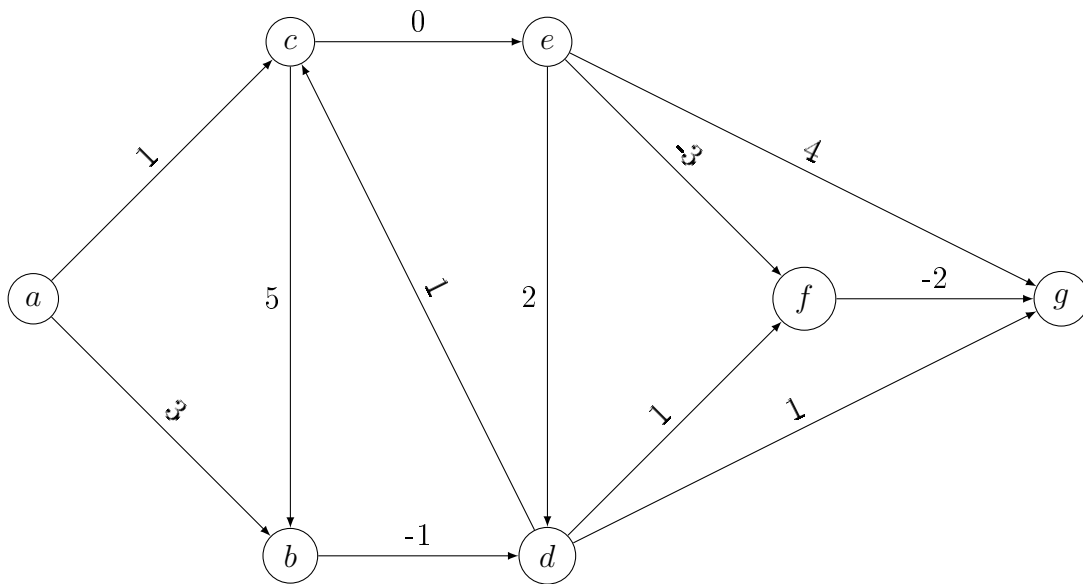


**Question 1:**

Consider the following network where the number associated with each arc represents the amount of flow traversing it.



1. What is the indegree, the outdegree and the degree of each node ?
2. Give the adjacency matrix of the network.
3. Represent the network using an adjacency list that also store the flows.
4. Is the network connected ?
5. Is the network strongly connected ?
6. Enumerate all simple forward paths from node  $a$  to node  $g$ .
7. Give the divergence of the flow vector of each node. What are the supply nodes ? What are the demand nodes ? Verify that the sum of all divergence is zero.
8. Consider the cut  $\Gamma = (\mathcal{M}, \mathcal{N} \setminus \mathcal{M})$ , defined by the set  $\mathcal{M} = \{a, b, c\}$ .
  - (a) What are the forward arcs of the cut ?
  - (b) What are the backward arcs of the cut ?

- (c) What is the flow through the cut? Check that the formula

$$X(\Gamma) = \sum_{i \in \mathcal{M}} \text{div}(x)_i$$

is satisfied.

- (d) Assume that the capacities on each arc are -3 for the lower bound and 5 for the upper bound. What is the capacity of the cut?

### Question 2:

Soit  $G$  un graphe non-orienté simple dont le nombre de sommets est égal à  $2p$ . On suppose que le degré de chaque sommet est au moins égal à  $p$ . Démontrer que ce graphe est connexe.

### Question 3:

Soit  $G$  un graphe connexe. Montrons qu'il existe un sommet  $s$  du graphe tel que le sous-graphe obtenu à partir de  $G$  en supprimant  $s$  reste connexe.

**Indication :** Considérer dans  $G$  le plus long chemin simple, et choisir le sommet à supprimer  $s$  parmi ses sommets.

### Question 4:

La direction d'une usine de turbines électriques a accepté de livrer 53 turbines durant les 4 prochains mois. Le coût de production d'une turbine est de 12 millions de dollars en heures régulières ; ce coût augmente de 50% pour les unités produites durant les heures supplémentaires.

Mois	Nombre de turbines à livrer	Capacité de production (en turbines)	
		en heures régulières	pendant les heures supplémentaires
1	14	10	6
2	9	10	6
3	18	10	6
4	12	10	6

Professeur : Michel Bierlaire, Assistant responsable : Nikola Obrenovic, Nourelhouda Dougui

---

Réseaux et transbordement (19 octobre 2018)

---

Entreposer une turbine pendant 1 mois revient à \$100000. La capacité de stockage de l'usine est de 8 turbines. Au début du mois 1, l'usine détient 2 turbines en stock. La direction désire qu'il n'y en ait aucune à la fin de la période de planification.

Donner un modèle de réseau qui permettra d'obtenir un plan optimal de production pour les 4 prochains mois.

#### Question 5:

Consider a version of the assignment problem where there are  $m$  resources and  $n$  tasks, where  $m > n$ . Write it as a transshipment problem.

*In this version of the assignment problem, we consider  $m$  resources and  $n$  tasks to be performed, with  $m > n$ . The cost of assigning resource  $i$  to task  $j$  is  $c_{ij}$ . The problem consists on assigning to each one of the  $n$  tasks one resource at minimal cost. (Note that each resource will have at most a task assigned).*