Introduction à l'optimisation et la recherche opérationnelle (2018–2019)

Professeur : Michel Bierlaire, Assistant responsable : Nikola Obrenovic et Nourelhouda Dougui

Optimisation non linéaire (14 décembre 2018)

Question 1:

For the problem :

$$\min_x \sum_{i=1}^n x_i^2,$$

determine Cauchy's point x_C and Newton's point x_N at any $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$. Also, compare the values of the objective function at the points $\bar{x}$, x_C, and x_N.

Question 2:

Considérons la fonction f définie par

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x) = x_1^2 - 4x_1x_2 + 5x_2^2.$$

Montrez que la méthode de Newton converge en une seule itération à partir de n'importe quel point initial.

Question 3:

Soit le problème d'optimisation

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x) = 4x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 + 2x_2$$

1. En utilisant les deux conditions de Wolfe, calculer les bornes du pas α_0 dans la direction de Newton au point $x^0 = (0, 0)^T$.
   Indice : Utiliser les valeurs suivantes pour les paramètres des conditions de Wolfe : $\beta_1 = 10^{-4}$ *et* $\beta_2 = 0.99$.
2. Calculer un pas minimisant la fonction dans la direction

   $$d = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

   au point $x^k = (0, 0)^T$.

Question 4:

Optimisation non linéaire (14 décembre 2018)

Soit la fonction $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $x = (x_1, x_2, x_3)^T$, définie par

$$f(x) = \frac{1}{2}x^T Q x + b^T x$$

avec

$$Q = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad b = \begin{pmatrix} 17 \\ 13 \\ 23 \end{pmatrix}.$$

1. Trouver le minimum unique de f sur $\mathbb{R}^3$.
2. Calculer la direction de la plus forte descente en $x^0 = (0, 0, 0)^T$.