1. Arbres: Un arbre généalogique est un réseau où les noeuds représentent des personnes, et chaque arc représente la relation "est le père/la mère de". S'agit-il d'un arbre ? **NON**

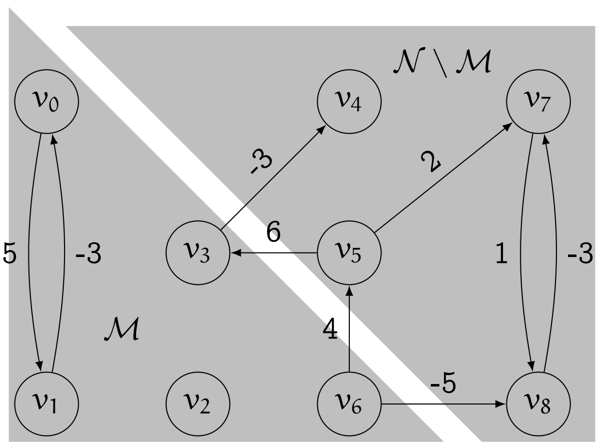
2. Un graphe sans cycle est

   - **une forêt**
   - ~~un arbre~~
   - ~~un arbre recouvrant~~
   - ~~une coupe~~
   - ~~un chemin~~

3. Considérons un arbre avec m noeuds et n arcs. Laquelle des affirmations suivante est fausse ?

   - **Le plus court chemin entre deux feuilles possède au moins deux arcs**
   - $\cancel{n = m - 1}$
   - ~~L'ajout d'un arc forme obligatoirement un cycle.~~
   - ~~Si $n \geq 1$, alors il y a au moins deux feuilles.~~
   - ~~Le retrait d'un arc déconnecte le graphe.~~
   - ~~Il existe au moins un chemin entre chaque paire de noeuds.~~

4. Considérez le réseau



Le flot à travers la coupe est

- ~~10~~
- **-10**
- ~~18~~
- ~~18~~
- 4
- ~~-4~~

5. L'algorithme du simplexe appliqué à un problème de transbordement trouve toujours une solution entière. **Faux**. C'est vrai uniquement si les données du problème sont entières.

6. Considérons le polytope des contraintes d'un problème de transbordement avec des valeurs entières pour les demandes/offres. Tous les sommets de ce polytope correspondent à des valeur entières.

   Vrai car une solution de base admissible est toujours de la forme $x_B = B^{-1}s$ et $x_N = 0$. Par la règle de Cramer

   $$x_B = \frac{1}{\det(B)} C(B)^T s,$$

   est entier car A est totalement unimodulaire et $\det(B) = 1$ ou -1.

7. La matrice identité est totalement unimodulaire. **Vrai**

   Car toute sous-matrice carrée a un déterminant 1 ou 0.

8. Le problème de transbordement contient une contrainte redondante. Pourquoi ?

   (a) **La somme des offres et des demandes est toujours égale à zéro.**

   (b) ~~La solution optimale est toujours entière.~~

   (c) ~~La matrice des contraintes est totalement unimodulaire.~~

   (d) ~~Les divergences aux noeuds sont toutes nulles.~~

9. Considérons un réseau, une origine o et une destination d. Le problème consiste à trouver le plus long chemin simple entre o et d. Il peut toujours être modélisé comme un problème de transbordement.

   Faux, car il n'y a pas de contrainte pour imposer que le chemin soit simple. En présence d'un cycle à coût positif, il fera partie de la solution autant de fois que les contraintes de capacité le permettront.

   En fait, le problème est compliqué et se modélise par l'optimisation en nombres entiers.