Serie 5

Problème 1

Soit le problème

$$
\begin{array}{llrcrcr}
\min & z = & -3x & - & 2y & & \\
\text{s.c.} & & x & - & y & \geq & -2 \\
& & 2x & + & y & \leq & 8 \\
& & x & + & y & \leq & 5 \\
& & & & x & \geq & 0 \\
& & & & y & \geq & 0
\end{array}
$$

a) Dessiner le domaine $\mathcal{D}$ des *solutions admissibles* du problème. Enumérer ses sommets.

b) Résoudre le problème graphiquement.

c) Mettre le programme linéaire sous forme canonique, puis standard.

Problème 2

Soit le problème de minimisation suivant:

$$
\begin{array}{rcrcrl}
\min z & = & x_1 & + & x_2 & \\
s.c. & & 2x_1 & + & x_2 & \leq 8 \\
& & x_1 & + & 2x_2 & \leq 4 \\
& & x_1 & , & x_2 & \geq 0
\end{array}
$$

a) Mettre ce problème sous forme standard en ajoutant les variables d'écart x_3 et x_4.

b) Représenter graphiquement le problème.

c) Pour la base dont les indices de base sont 1 et 4, déterminer toutes les directions de base d_j ainsi que les pas θ_j associés.

d) Pour la base dont les indices de base sont 2 et 3, déterminer toutes les directions de base d_j ainsi que les pas θ_j associés.

e) Représenter sur le graphique les directions calculées en c).

f) Représenter sur le graphique les directions calculées en d).

Problème 3

On considère le problème suivant:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcr}
\min z = & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & & \\
\text{s.c.} & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 4 \\
& 2x_1 & + & x_2 & & & & & = & 3 \\
& & - & x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & = & 2 \\
& x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & \geq & 0
\end{array}$$

Supposons que les indices de base soient 1,2 et 3.

a) Calculer la solution de base associée. Est-elle admissible?

b) Rendre non nulle la variable hors-base x_4 permet-il de réduire le coût? Que peut-on en déduire?

Problème 4

Soit le programme linéaire suivant :

$$\begin{array}{llrcrcr}
\min & z = & -3x_1 & - & 4x_2 & & \\
\text{s.c.} & & x_1 & + & 2x_2 & \leq & 50 \\
& & x_1 & & & \leq & 20 \\
& & & & x_2 & \leq & 30 \\
& & x_1 & , & x_2 & \geq & 0
\end{array}$$

a) Mettre ce problème sous forme standard.

b) Résoudre le problème ainsi obtenu avec l'algorithme du simplexe en utilisant le tableau. Spécifier à chaque étape de l'algorithme les variables en base, le sommet visité ainsi que (x, θ, d) tels que $x^+ = x + \theta d$.

Problème 5

Résoudre le programme linéaire suivant en appliquant l'algorithme du simplexe et donner la solution optimale.

$$\begin{array}{llrcrcrcr}
\min & z = & -x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & \\
\text{s.c.} & & 2x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & -1 \\
& & x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & = & -2 \\
& & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & \geq & 0
\end{array}$$

Problème 6

La fabrique RadioIn crée deux types de radios A et B. Chaque radio produite est le fruit des efforts conjoints de 3 spécialistes Pierre, Paul et Jean. Pierre travaille au plus 24 heures par semaine. Paul travaille au moins 10 heures et au plus 45 heures par semaine. Jean travaille au plus 30 heures par semaine. Les ressources nécessaires pour construire chaque type de radio ainsi que leurs prix de vente sont donnés dans le tableau ci-dessous :

	Radio A	Radio B
Pierre	1h	2h
Paul	2h	1h
Jean	1h	3h
Prix de vente	15 frs	10 frs

On suppose que l'entreprise n'a aucun problème à vendre sa production, quelle qu'elle soit.

a) Modéliser le problème de la recherche d'un plan de production hebdomadaire maximisant le chiffre d'affaires de RadioIn sous forme d'un programme linéaire. Préciser clairement les variables de décision, la fonction objectif et les contraintes.

b) Pour résoudre ce problème avec l'algorithme du simplexe, la Phase I est-elle nécessaire ? Justifier. Si oui, donner le problème auxiliaire ainsi que le tableau initial associé. Si non, donner le tableau initial pour la Phase II, une base ainsi que la solution de base associée.

November 19, 2012 – mbi/fsh